

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по математике
2022-2023 учебный год
6 класс**

Максимальный балл – 35

Ответы и решения

- 1) Шестиклассников спросили о том, кто из них решил логическую задачу на олимпиаде.
Аня сказала: задачу решили Боря, Валя и Гриша.
Боря сказал: задачу не решили Аня, Валя и Гриша.
Валя: Аня и Боря солгали.
Гриша: Аня, Боря и Валя сказали правду.

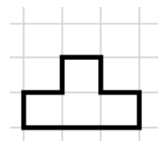
Сколько ребят солгали?

Ответ: трое.

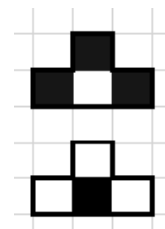
Решение. Аня и Боря противоречат друг другу, значит не могут оба говорить правду. Если они солгали оба, то Гриша тоже солгал, а Валя сказала правду. Если из Ани и Бори один человек сказал правду, а второй солгал, то Валя и Гриша солгали. В любом случае один сказал правду, а трое солгали

Критерии. Полное решение 7 баллов.

- 2) Можно ли разрезать клетчатый квадрат 6×6 на Т-образные фигурки из четырех клеток (см. рисунок).



Решение. Раскрасим клетки исходного квадрата в черный и белый цвет в шахматном порядке. Получим 18 чёрных и 18 белых клеток. Пусть разрезать можно, тогда количество фигурок равно 9. Однако при раскраске в шахматном порядке в каждой такой фигурке будет либо одна, либо три черные клетки. А значит общее количество чёрных клеток равно сумме девяти нечётных слагаемых, то есть нечётному числу. Однако оно равно 18. Противоречие. Следовательно, разрезать указанным образом нельзя.



Ответ: нет, нельзя.

Критерии: полное решение – 7 баллов

- 3) Шестиклассник Коля увидел, что его средний балл по русскому языку (с округлением до сотых) составляет в данный момент 2,22 балла. Коля решил исправиться и получать только одни пятерки. Какое минимальное количество пятерок подряд ему нужно получить, чтобы его средний балл, округленный до целых, стал не меньше 5, если сейчас у него девять оценок?

Ответ: 41.

Решение: $2,22 \cdot 9 = 19,98$. Следовательно, сейчас у Коли сумма баллов равна 20. Пусть он получил x пятёрок. Тогда

$$\begin{aligned} 20 + 5x &\geq 4,5(x + 9) \\ 0,5x &\geq 20,5 \\ x &\geq 41 \end{aligned}$$

Критерии: приведенный пример без обоснования единственности и того, что это именно минимальное значение – 5 баллов. Полное решение – 7 баллов.

4) Имеет ли решения числовой ребус: $C \times E \times M \times Ъ = H \times O \times T$? Если да, приведите пример, если нет – объясните, почему. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными – разные.

Ответ: нет решений.

Решение: заметим, что букв семь и они все разные. Следовательно, в этой записи не может быть цифр 0, 5 и 7. Произведение оставшихся 7 цифр (а значит произведение левой и правой части исходного равенства) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 = 2^7 \cdot 3^4$ не является полным квадратом, так есть нечетный показатель степени. Но если исходное равенство верно, то произведение его левой и правой частей должно быть полным квадратом. Противоречие. Ребус не имеет решений.

Критерий: полное решение – 7 баллов.

5) Петя в своей тетради написал 99 чисел, таких что: в каждом из них не менее четырех цифр; среди них нет двух одинаковых; сумма этих чисел равна 998877. Вася к каждому из этих 99 чисел прибавил число, образованное последними тремя цифрами в том же порядке и записал получившиеся 99 чисел к себе в тетрадь. Например, если у Пети написано число 23 135, то Вася прибавит к нему 135 и, соответственно, напишет число 23 270, из Петиного числа 13 022 получится число 13 044, а 13 000 так и останется 13 000. Затем Толя одно за другим переписал числа из Васиной тетради в свою, причем если какое-то число в Васиной тетради встречается более одного раза – Толя пишет это число только один раз. Какое наименьшее количество чисел мог написать Толя?

Ответ: 50

Решение: представим каждое Петино число в виде $1000A+B$, где числа A и B не более чем трёхзначные. Одно и то же Васиное число могло получиться только из двух Петиных: значения B должны отличаться ровно на 500, при этом у числа, у которого B меньше, A должно быть на единицу больше. Следовательно, количество чисел не могло уменьшиться более чем вдвое, а значит не могло стать меньше 50. Пример Петиных чисел на 50: 2 000 и 1 500, 2 001 и 1 501, 2 048, 1 548. 99 число равно разности между 998877 и суммой первых 98, эта сумма, очевидно меньше $4000 \cdot 50 = 200\,000$, следовательно, полученное таким образом 99 число не совпадёт ни с каким из предыдущих даст пятидесятое Толино число.

Критерии : указание на то, что из двух Петиных чисел получаются два Толиных – 2 балла, полное решение 7 баллов.